Задача 1 :

В игре участвуют два игрока А и Б.
Игрок А задаёт значение одного из коэффициентов *a, b* или c многочлена
*x*3 *+ ax*2 *+ bx + c*.
Игрок Б указывает значение любого из двух оставшихся коэффициентов.
Затем игрок А задаёт значение последнего коэффициента.
Существует ли стратегия игрока А такая, что как бы ни играл игрок Б, уравнение
*x*3 + *ax2* + *bx* + *c* = 0
имеет три различных (действительных) решения?

Задача 2 :

Пусть
*f*(*x*) = (...((*x* – 2)2 – 2)2 – 2)2... – 2)2
(здесь скобок ( ) – *n* штук). Найдите*f* (0)

Задача 3 :

Числа *a* , *b* и *c* таковы , что
*a*2 + *b*2 + *c*2 = 1.
Докажите, что
*a*4 + *b*4 + *c*4 + 2(*ab*2 + *bc*2 + *ca*2)2  1.
При каких *a*, *b* и *c* неравенство превращается в равенство?

Задача 4 :

Пусть прямая *L* перпендикулярна плоскости *P*.
Три сферы попарно касаются друг друга так, что каждая сфера касается плоскости *P* и прямой *L.*
Радиус большей сферы равен 1 . Найдите минимальный радиус наименьшей сферы.

Задача 5 :

На валютной бирже острова Удача продают динары (D), гульдены (G), реалы (R) и талеры (T).
Биржевые маклеры имеют право совершить сделку купли-продажи с любой парой валют
не более одного раза за день.
Курсы валют такие: D = 6G, D = 25R, D = 120 T, G = 4R, G = 21T, R = 5T.
Например, запись D = 6G означает,что 1 динар можно купить за 6 гульденов
(или 6 гульденов можно продать за 1 динар).
Утром у маклера было 80 динаров, 100 гульденов, 100 реалов и 50400 талеров.
Вечером у него было одинаковое число динаров и талеров.
Каково максимальное значение этого числа?

Задача 6 :

Известно, что *n*-вершинник содержит внутри себя многогранник M
с центром симметрии в некоторой точке Q и сам содержится в многограннике, гомотетичном M, с центром гомотетии в точке Q и коэффициентом *k*.
Найдите наименьшее значение *k*, если
а) *n* = 4, b) *n* = 5

Задача 7 :

Докажите, что существуют арифметические прогрессии произвольной длины, состоящие из различных попарно взаимно простых натуральных чисел.

Задача 8 :

Докажите, что плоскость, делящая в одинаковом отношении площадь поверхности и объем описанного многогранника проходит через центр вписанной в этот многогранник сферы.

Задача 9 :

В треугольнике *ABC* угол *A* равен , а угол *B* равен .
Окружность с центром в точке *C* радиуса *CA* пересекает прямую,
содержащую биссектрису внешнего угла при вершине *B* в точках *M* и *N*.
Найдите углы треугольника *MAN*.